

제 2 교시

수학 영역 (나형)

5지선 다형

1. $3 \times 27^{\frac{1}{3}}$ 의 값은? [2점]

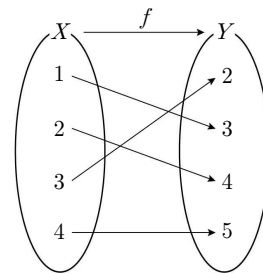
- ① 6 ② 9 ③ 12 ④ 15 ⑤ 18

2. 두 집합 $A = \{3, a+2, 5\}$, $B = \{b, 6, 8\}$ 에 대하여
 $A \cap B = \{4\}$ 일 때, $a+b$ 의 값은? (단, a, b 는 실수이다.) [2점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

3. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^2 - n}{2n^2 + 1}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

4. 그림은 함수 $f: X \rightarrow Y$ 를 나타낸 것이다. $f(2) + f^{-1}(3)$ 의 값은? [3점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

5. $\int_0^3 (x^2 - 2)dx$ 의 값은? [3점]

- ① 3 ② $\frac{10}{3}$ ③ $\frac{11}{3}$ ④ 4 ⑤ $\frac{13}{3}$

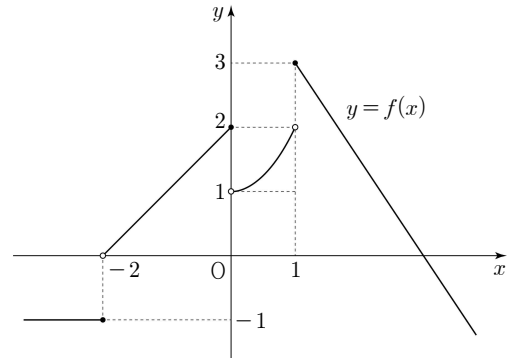
6. 함수

$$f(x) = \begin{cases} x+1 & (x < 2) \\ x^2 - 4x + a & (x \geq 2) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

7. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

8. 좌표평면에서 함수 $y = \frac{4}{x-3} + a$ 의 그래프가 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭일 때, 상수 a 의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

9. 두 사건 A, B 가 서로 독립이고

$$P(A) = \frac{1}{3}, P(A^C) = 7P(A \cap B)$$

일 때, $P(B)$ 의 값은? (단, A^C 는 A 의 여사건이다.) [3점]

① $\frac{1}{7}$ ② $\frac{2}{7}$ ③ $\frac{3}{7}$ ④ $\frac{4}{7}$ ⑤ $\frac{5}{7}$

10. 함수 $y = \sqrt{x-1} + a$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 b 만큼, y 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동하면 함수 $y = \sqrt{x-4}$ 의 그래프와 일치한다. $a+b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.) [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

11. 어느 고등학교 3학년 전체 학생 300명을 대상으로 영화와 뮤지컬에 대한 관람 희망 여부를 조사한 결과는 다음과 같다.

(단위: 명)

영화 뮤지컬	희망함	희망하지 않음	합계
희망함	90	50	140
희망하지 않음	120	40	160
합계	210	90	300

이 고등학교 3학년 학생 중에서 임의로 선택한 1명이 영화 관람을 희망한 학생일 때, 이 학생이 뮤지컬 관람도 희망한 학생일 확률은? [3점]

- ① $\frac{3}{14}$ ② $\frac{2}{7}$ ③ $\frac{5}{14}$ ④ $\frac{3}{7}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

12. 1보다 큰 두 실수 a, b 에 대하여

$$\log_a \frac{a^3}{b^2} = 2$$

가 성립할 때, $\log_a b + 3\log_b a$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{9}{2}$ ② 5 ③ $\frac{11}{2}$ ④ 6 ⑤ $\frac{13}{2}$

13. 어느 공장에서 생산하는 전기 자동차 배터리 1 개의 용량은 평균이 64.2, 표준편차가 0.4 인 정규분포를 따른다고 한다. 이 공장에서 생산한 전기 자동차 배터리 중 임의로 1 개를 선택할 때, 이 배터리의 용량이 65 이상일 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? (단, 전기 자동차 배터리 용량의 단위는 kWh 이다.) [3점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938

- ① 0.0062 ② 0.0228 ③ 0.0668 ④ 0.1587 ⑤ 0.3085

14. 공차가 0 이 아닌 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_9 = 2a_3$ 일 때,

$\sum_{n=1}^{24} \frac{(a_{n+1} - a_n)^2}{a_n a_{n+1}}$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{3}{14}$ ② $\frac{2}{7}$ ③ $\frac{5}{14}$ ④ $\frac{3}{7}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

15. 집합 X 의 모든 원소의 합을 $S(X)$ 라 할 때, 실수 전체의 집합의 두 부분집합

$$A = \{a, b, c, d, e\},$$

$$B = \{a+k, b+k, c+k, d+k, e+k\}$$

에 대하여 다음 조건을 만족시키는 상수 k 의 값은? [4점]

(가) $S(A) = 37$

(나) $A - B = \{2, 4, 9\}$

(다) $S(A \cup B) = 92$

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

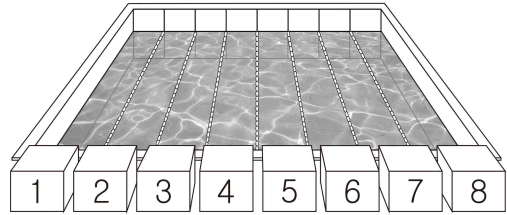
16. 어느 수영장에 1번부터 8번까지 8개의 레인이 있다.

3명의 학생이 서로 다른 레인의 번호를 각각 1개씩 선택할 때,

3명의 학생이 선택한 레인의 세 번호 중 어느 두 번호도

연속되지 않도록 선택하는 경우의 수는? [4점]

- ① 120 ② 132 ③ 144 ④ 156 ⑤ 168



17. 공차가 자연수인 등차수열 $\{a_n\}$ 과 공비가 자연수인 등비수열 $\{b_n\}$ 이 $a_6 = b_6 = 9$ 이고, 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $a_7 = b_7$
 (나) $94 < a_{11} < 109$

$a_7 + b_8$ 의 값은? [4점]

- ① 96 ② 99 ③ 102 ④ 105 ⑤ 108

18. 앞면에 숫자 1, 2, 3, 4, 5 가 하나씩 적혀 있는 5 장의 카드가 상자에 들어 있다. 이 상자에서 임의로 3 장의 카드를 한 장씩 꺼내고, 꺼낸 순서대로 카드의 뒷면에 숫자 1, 2, 3 을 차례로 적는다. 이 3 장의 카드 중 앞뒤 양쪽 면에 서로 다른 숫자가 적혀 있는 카드의 개수를 확률변수 X 라 하자. 예를 들어, 꺼낸 카드의 앞면에 적혀 있는 숫자가 차례로 4, 1, 3 인 경우는 $X=2$ 이다. 다음은 확률변수 X 의 평균 $E(X)$ 를 구하는 과정이다. (단, 상자에서 꺼내기 전 카드의 뒷면에는 숫자가 적혀 있지 않고, 꺼낸 카드는 상자에 다시 넣지 않는다.)

상자에 들어 있는 5 장의 카드 중에서 임의로 3 장의 카드를 한 장씩 꺼내고, 꺼낸 순서대로 카드의 뒷면에 숫자 1, 2, 3 을 차례로 적는 경우의 수는 ${}_5P_3 = 60$ 이다.

확률변수 X 가 가질 수 있는 값은 0, 1, 2, 3 이므로

(i) $X=0$ 인 사건은
 3 장의 카드 모두 앞뒤 양쪽 면에 적혀 있는 숫자가 서로 같은 경우이다. 그러므로

$$P(X=0) = \frac{1}{60}$$

(ii) $X=1$ 인 사건은
 앞뒤 양쪽 면에 적혀 있는 숫자가 서로 다른 카드가 1 장이고, 나머지 2 장의 카드는 앞뒤 양쪽 면에 적혀 있는 숫자가 서로 같은 경우이다. 그러므로

$$P(X=1) = \boxed{\text{(가)}}$$

(iii) $X=2$ 인 사건은
 앞뒤 양쪽 면에 적혀 있는 숫자가 서로 다른 카드가 2 장이고, 나머지 1 장의 카드는 앞뒤 양쪽 면에 적혀 있는 숫자가 서로 같은 경우이다. 그러므로

$$P(X=2) = \boxed{\text{(나)}}$$

(iv) $X=3$ 인 사건의 경우에는
 확률질량함수의 성질에 의하여

$$P(X=3) = 1 - \left(\frac{1}{60} + \boxed{\text{(가)}} + \boxed{\text{(나)}} \right)$$

이다. 따라서

$$E(X) = \sum_{k=0}^3 \{k \times P(X=k)\} = \boxed{\text{(다)}}$$

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각 a, b, c 라 할 때, $10a + 20b + 5c$ 의 값은? [4점]

- ① 20 ② 24 ③ 28 ④ 32 ⑤ 36

19. 그림과 같이 한 변의 길이가 3인 정삼각형 $A_1B_1C_1$ 이 있다.



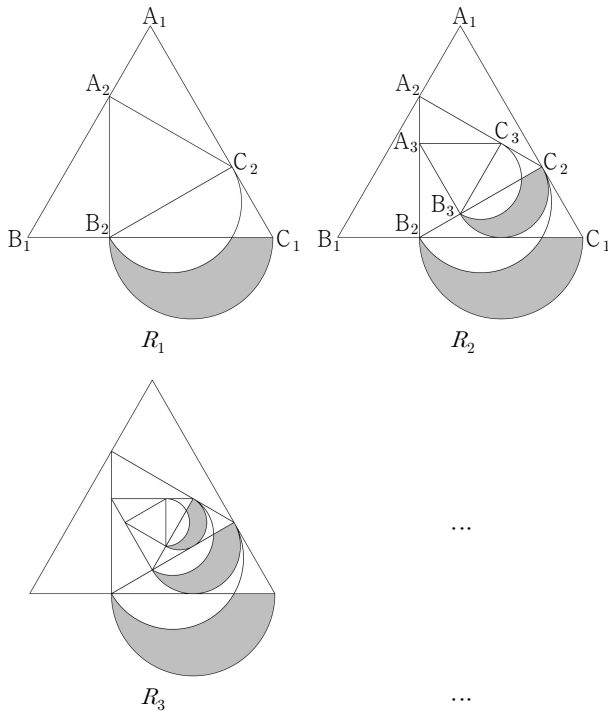
세 선분 A_1B_1 , B_1C_1 , C_1A_1 을 1:2로 내분하는 점을 각각 A_2 , B_2 , C_2 라 하자. 선분 B_2C_1 을 지름으로 하는 반원의 내부와 선분 B_2C_2 를 지름으로 하는 반원의 외부의 공통부분인  모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

그림 R_1 에서 세 선분 A_2B_2 , B_2C_2 , C_2A_2 를 1:2로 내분하는 점을 각각 A_3 , B_3 , C_3 이라 하자. 선분 B_3C_2 를 지름으로 하는 반원의 내부와 선분 B_3C_3 을 지름으로 하는 반원의 외부의 공통부분인  모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{11\pi+8\sqrt{3}}{32}$ ② $\frac{11\pi+9\sqrt{3}}{32}$ ③ $\frac{3\pi+2\sqrt{3}}{8}$
 ④ $\frac{12\pi+9\sqrt{3}}{32}$ ⑤ $\frac{3\pi+3\sqrt{3}}{8}$

20. 최고차항의 계수가 양수인 사차함수

$f(x)=ax^4+bx^2+c$ (a, b, c 는 상수)가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 방정식 $f(x)=0$ 의 모든 실근이 α, β, γ 이다.
 (단, $\alpha < \beta < \gamma$)

(나) $f(1)=-\frac{3}{4}$, $f'(-1)=1$

<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

- ㄱ. $f(0)=0$
 ㄴ. $f'(\alpha)=-4$
 ㄷ. 방정식 $|f(x)|=k(x-\alpha)$ 의 서로 다른 실근의 개수가 3이 되도록 하는 양수 k 의 범위는 $\frac{8}{27} < k < 4$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

21. 좌표평면 위의 점 $(0, t)$ 를 지나고 곡선

$$y = x^3 - ax^2 + 3x - 5 \quad (a \text{는 자연수})$$

에 접하는 서로 다른 모든 직선의 개수를 $f(t)$ 라 할 때,
함수 $f(t)$ 에 대하여 합성함수 $g(t) = (f \circ f)(t)$ 라 하자.
다음 조건을 만족시키는 a 의 최솟값을 m 이라 할 때,
 $m + g(m)$ 의 값은? [4점]

- (가) 모든 실수 t 에 대하여 $g(t) > 1$ 이다.
(나) 함수 $g(t)$ 의 치역의 원소의 개수는 1이다.

- ① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

단답형

22. ${}_7P_2$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 함수 $f(x) = x^4 - 5x^2 + 9$ 에 대하여 $f'(2)$ 의 값을 구하시오.
[3점]

24. $(3x+1)^5$ 의 전개식에서 x^2 의 계수를 구하시오. [3점]

26. 첫째항이 2이고 모든 항이 양수인 수열 $\{a_n\}$ 이 있다.
 x 에 대한 이차방정식

$$a_n x^2 - a_{n+1} x + a_n = 0$$

이 모든 자연수 n 에 대하여 증근을 가질 때,

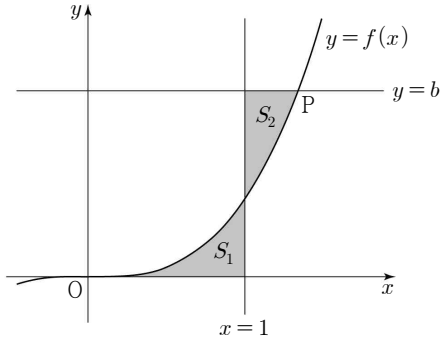
$\sum_{k=1}^8 a_k$ 의 값을 구하시오. [4점]

25. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시간 t ($t \geq 0$)에서의 위치 x 가

$$x = t^3 - 3t^2 + at \quad (a \text{는 상수})$$

이다. 점 P의 시간 $t=3$ 에서의 속도가 15일 때, a 의 값을 구하시오. [3점]

27. 함수 $f(x) = \frac{1}{2}x^3$ 의 그래프 위의 점 $P(a, b)$ 에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 와 x 축 및 직선 $x=1$ 로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_1 , 곡선 $y=f(x)$ 와 두 직선 $x=1, y=b$ 로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_2 라 하자. $S_1 = S_2$ 일 때, $30a$ 의 값을 구하시오. (단, $a > 1$) [4점]



28. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ 에 대하여 일대일 대응인 함수 $f: X \rightarrow X$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, 함수 f 의 개수를 구하시오. [4점]

- (가) p 가 소수일 때, $f(p) \leq p$ 이다.
(나) $a < b$ 이고 a 가 b 의 약수이면 $f(a) < f(b)$ 이다.

29. 첫째항이 0 이 아닌 등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 에 대하여 $S_9 = S_{18}$ 이다. 집합 T_n 을

$$T_n = \{S_k \mid k = 1, 2, 3, \dots, n\}$$

이라 하자. 집합 T_n 의 원소의 개수가 13 이 되도록 하는 모든 자연수 n 의 값의 합을 구하시오. [4점]

30. $x = -3$ 과 $x = a$ ($a > -3$) 에서 극값을 갖는 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 실수 전체의 집합에서 정의된 함수

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & (x < -3) \\ \int_0^x |f'(t)| dt & (x \geq -3) \end{cases}$$

이 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $g(-3) = -16$, $g(a) = -8$
 (나) 함수 $g(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 연속이다.
 (다) 함수 $g(x)$ 는 극솟값을 갖는다.

$\left| \int_a^4 \{f(x) + g(x)\} dx \right|$ 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.