

수학 영역(가형)

제 2 교시

1

1. $2^3 \times 4^{\frac{1}{2}}$ 의 값은? [2점]

- ① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

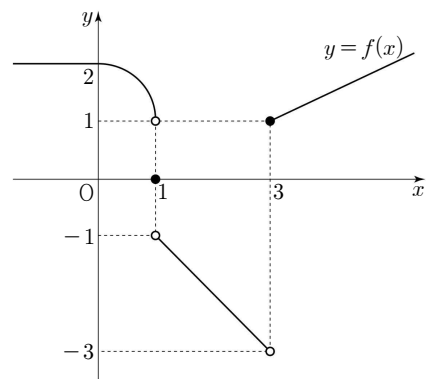
2. $\tan \frac{7}{6}\pi$ 의 값은? [2점]

- ① -1 ② $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ ③ 0 ④ $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ⑤ 1

3. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(4+h) - f(4)}{3h} = 7$ 일 때,
 $f'(4)$ 의 값은? [2점]

- ① 21 ② 22 ③ 23 ④ 24 ⑤ 25

4. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$f(3) + \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

2

수학 영역(가형)

5. $\sin \theta + \cos \theta = \frac{\sqrt{6}}{2}$ 일 때, $\sin \theta \cos \theta$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

6. 두 양수 a, b 에 대하여

$$\log_9 a^3 b = 1 + \log_3 ab$$

가 성립할 때, $\frac{a}{b}$ 의 값은? [3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

7. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = 1$ 이고, 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n + 3 & (n \text{이 홀수인 경우}) \\ 2a_n - 1 & (n \text{이 짝수인 경우}) \end{cases}$$

를 만족시킨다. a_5 의 값은? [3점]

- ① 11 ② 13 ③ 15 ④ 17 ⑤ 19

8. 좌표평면 위의 점 P에 대하여 동경 OP가 나타내는

각의 크기 중 하나를 $\theta \left(\frac{\pi}{2} < \theta < \pi \right)$ 라 하자.

각의 크기 6θ 를 나타내는 동경이 동경 OP와 일치할 때, θ 의 값은?
(단, O는 원점이고, x 축의 양의 방향을 시초선으로 한다.) [3점]

- ① $\frac{3}{5}\pi$ ② $\frac{2}{3}\pi$ ③ $\frac{11}{15}\pi$ ④ $\frac{4}{5}\pi$ ⑤ $\frac{13}{15}\pi$

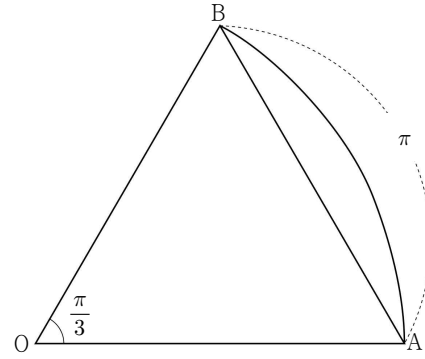
9. 부등식 $10^n < 24^{10} < 10^{n+1}$ 을 만족시키는 자연수 n 의 값은?

(단, $\log 2 = 0.3010$, $\log 3 = 0.4771$ 로 계산한다.) [3점]

- ① 11 ② 13 ③ 15 ④ 17 ⑤ 19

10. 그림과 같이 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{3}$ 인 부채꼴 OAB의

호의 길이가 π 일 때, 삼각형 OAB의 넓이는? [3점]



- ① $2\sqrt{3}$ ② $\frac{9\sqrt{3}}{4}$ ③ $\frac{5\sqrt{3}}{2}$ ④ $\frac{11\sqrt{3}}{4}$ ⑤ $3\sqrt{3}$

11. 두 함수 $f(x)=3^x$, $g(x)=3^{2-x}+a$ 의 그래프가 만나는 점의 x 좌표가 2일 때, 닫힌구간 $[1, 3]$ 에서 함수 $f(x)g(x)$ 의 최솟값은? (단, a 는 상수이다.) [3점]

- ① 31 ② 32 ③ 33 ④ 34 ⑤ 35

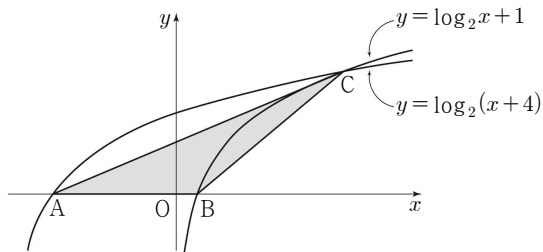
12. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$(x-1)f(x)=x^3+ax+b$$

를 만족시킨다. $f(1)=4$ 일 때, $a \times b$ 의 값은?
(단, a, b 는 상수이다.) [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

13. 그림과 같이 두 곡선 $y = \log_2(x+4)$, $y = \log_2 x + 1$ 이 x 축과 만나는 점을 각각 A, B라 하고 두 곡선이 만나는 점을 C라 할 때, 삼각형 ABC의 넓이는? [3점]



- ① 5 ② $\frac{21}{4}$ ③ $\frac{11}{2}$ ④ $\frac{23}{4}$ ⑤ 6

14. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

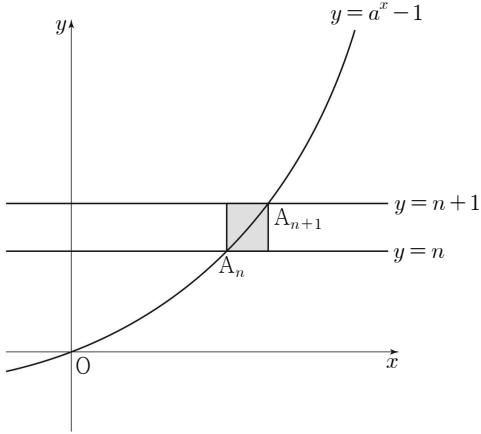
$$\sum_{k=1}^n a_{2k-1} = 3n^2 - n, \quad \sum_{k=1}^{2n} a_k = 6n^2 + n$$

을 만족시킬 때, $\sum_{k=1}^{24} (-1)^k a_k$ 의 값은? [4점]

- ① 18 ② 24 ③ 30 ④ 36 ⑤ 42

15. 그림과 같이 자연수 n 에 대하여 함수 $y = a^x - 1$ ($a > 1$)의 그래프가 두 직선 $y = n$, $y = n + 1$ 과 만나는 점을 각각 A_n , A_{n+1} 이라 하자. 선분 $A_n A_{n+1}$ 을 대각선으로 하고, 각 변이 x 축 또는 y 축과 평행한 직사각형의 넓이를 S_n 이라 하자.

$\sum_{n=1}^{14} S_n = 6$ 일 때, 상수 a 의 값은? [4점]



- ① $\sqrt{2}$ ② $\sqrt{3}$ ③ 2 ④ $\sqrt{5}$ ⑤ $\sqrt{6}$

16. $0 \leq t \leq 3$ 인 실수 t 와 상수 k 에 대하여 $t \leq x \leq t+1$ 에서

방정식 $\sin \frac{\pi}{2} x = k$ 의 모든 해의 개수를 $f(t)$ 라 하자.

함수 $f(t)$ 가

$$f(t) = \begin{cases} 1 & (0 \leq t < a \text{ 또는 } a < t \leq b) \\ 2 & (t = a) \\ 0 & (b < t \leq 3) \end{cases}$$

일 때, $a^2 + b^2 + k^2$ 의 값은?

(단, a, b 는 $0 < a < b < 3$ 인 상수이다.) [4점]

- ① 2 ② $\frac{5}{2}$ ③ 3 ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ 4

17. 다음은 21 이하의 서로 다른 4개의 자연수

$a, b, c, d (a < b < c < d)$ 에 대하여 $2b = a + d$ 를 만족시키는 모든 순서쌍 (a, b, c, d) 의 개수를 구하는 과정이다.

세 자연수 a, b, d 는 $2b = a + d$ 를 만족시키므로 이 순서대로 등차수열을 이룬다.

이 등차수열의 공차가 될 수 있는 가장 작은 값은 2, 가장 큰 값은 (가)이다.

이 등차수열의 공차를 $k (2 \leq k \leq \text{(가)})$ 라 하면

$a < a + k < c < a + 2k$ 이므로

c 가 될 수 있는 모든 자연수의 개수는 $k - 1$ 이고

a 가 될 수 있는 모든 자연수의 개수는 (나)이다.

따라서 구하는 모든 순서쌍 (a, b, c, d) 의 개수는

$$\sum_{k=2}^{\text{(가)}} \{(k-1) \times (\text{(나)})\} = \text{(다)}$$

위의 (가), (다)에 알맞은 수를 각각 p, q 라 하고,

(나)에 알맞은 식을 $f(k)$ 라 할 때, $p + q + f(3)$ 의 값은? [4점]

- ① 304 ② 307 ③ 310 ④ 313 ⑤ 316

18. $x \geq 0$ 에서 정의된 함수 $f(x) = a \cos bx + c$ 의 최댓값이 3,

최솟값이 -1 이다. 그림과 같이 함수 $y = f(x)$ 의 그래프와

직선 $y = 3$ 이 만나는 점 중에서 x 좌표가 가장 작은 점과

두 번째로 작은 점을 각각 A, B라 하고,

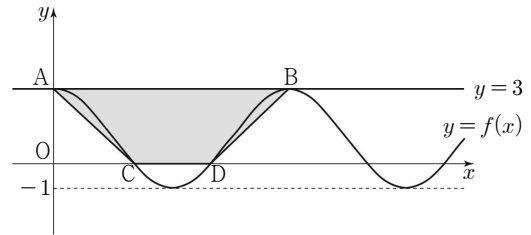
함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 x 축이 만나는 점 중에서

x 좌표가 가장 작은 점과 두 번째로 작은 점을 각각 C, D라 하자.

사각형 ACDB의 넓이가 6π 일 때,

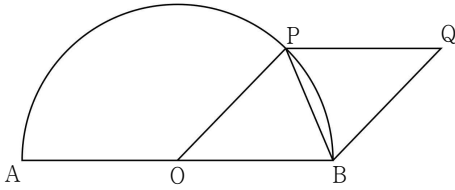
$0 \leq x \leq 4\pi$ 에서 방정식 $f(x) = 2$ 의 모든 해의 합은?

(단, a, b, c 는 양수이다.) [4점]



- ① 6π ② $\frac{13}{2}\pi$ ③ 7π ④ $\frac{15}{2}\pi$ ⑤ 8π

19. 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원과
 선분 AB의 중점 O가 있다. 호 AB 위의 점 P에 대하여 점 P를
 지나고 직선 AB와 평행한 직선과 점 B를 지나고 직선 OP와
 평행한 직선이 만나는 점을 Q라 하자. $\overline{BP} = t$ 라 할 때,
 $\lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{3 - \overline{AQ}}{t^2}$ 의 값은? (단, $0 < t < \sqrt{2}$) [4점]



- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

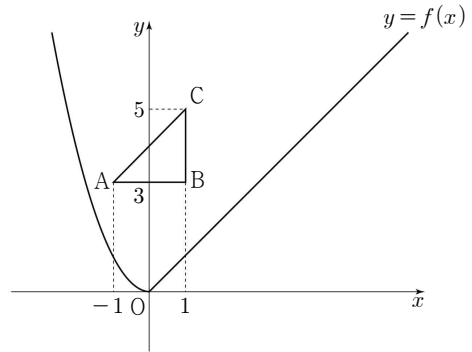
20. 함수 $f(x)$ 는

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & (x < 0) \\ x & (x \geq 0) \end{cases}$$

이고, 좌표평면 위에 세 점 $A(-1, 3)$, $B(1, 3)$, $C(1, 5)$ 가 있다.
 실수 x 에 대하여 점 $P(x, f(x))$ 와 삼각형 ABC의 세 변 위의
 임의의 점 Q에 대하여 \overline{PQ}^2 의 최댓값을 $g(x)$ 라 하자.
 함수 $g(x)$ 에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로
 고른 것은? [4점]

< 보 기 >

- ㄱ. $g(0) = 26$
 ㄴ. 닫힌구간 $[0, 3]$ 에서 함수 $g(x)$ 의 최솟값은 10이다.
 ㄷ. 함수 $g(x)$ 가 $x = a$ 에서 미분가능하지 않은 모든 a 의 값의
 합은 2이다.



- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

21. 세 실수 a, b, c 에 대하여 함수 $f(x)$ 는

$$f(x) = \begin{cases} -|2x+a| & (x < 0) \\ x^2+bx+c & (x \geq 0) \end{cases}$$

이고, 함수 $|f(x)|$ 는 실수 전체의 집합에서 연속이다.
 실수 t 에 대하여 직선 $y=t$ 가 두 함수 $y=f(x), y=|f(x)|$ 의
 그래프와 만나는 점의 개수를 각각 $g(t), h(t)$ 라 할 때,
 두 함수 $g(t), h(t)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $g(t)$ 의 치역은 $\{1, 2, 3, 4\}$ 이다.

(나) $\lim_{t \rightarrow 2^-} h(t) \times \lim_{t \rightarrow 2^+} h(t) = 12$

$f(-2)+f(6)$ 의 값은? [4점]

- ① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

단답형

22. 함수 $f(x) = x^3 + x^2 - x + 3$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값을 구하시오.

[3점]

23. 부등식 $4^{x-2} \leq 32$ 를 만족시키는 모든 자연수 x 의 값의 합을
 구하시오. [3점]

24. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자.

$$S_n = n^2 + n + 1$$

일 때, $a_1 + a_4$ 의 값을 구하시오. [3점]

25. 다항함수 $f(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x^2} = 2, \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{x-2} = 7$$

을 만족시킬 때, $f(4)$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. 곡선 $y = 3^x + 1$ 을 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동한 후,

x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동한 곡선을 $y = f(x)$ 라 하자. 곡선 $y = f(x)$ 의 점근선이 직선 $x = 5$ 이고

곡선 $y = f(x)$ 가 곡선 $y = 3^x + 1$ 의 점근선과 만나는 점의

x 좌표가 6일 때, 두 상수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값을 구하시오.

[4점]

27. $\frac{1}{4}$ 과 16 사이에 n 개의 수를 넣어 만든

공비가 양수 r 인 등비수열

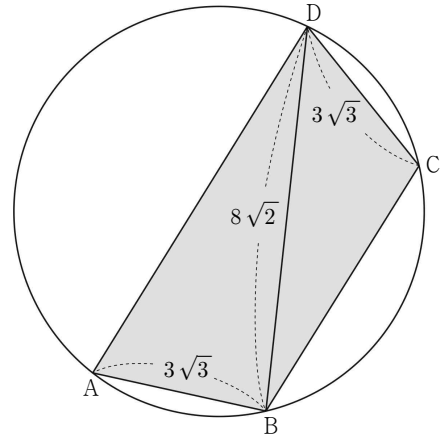
$$\frac{1}{4}, a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, 16$$

의 모든 항의 곱이 1024 일 때, r^9 의 값을 구하시오. [4점]

28. 그림과 같이 반지름의 길이가 6인 원에 내접하는

사각형 ABCD에 대하여 $\overline{AB} = \overline{CD} = 3\sqrt{3}$, $\overline{BD} = 8\sqrt{2}$ 일 때,

사각형 ABCD의 넓이를 S 라 하자. $\frac{S^2}{13}$ 의 값을 구하시오. [4점]



29. 상수 a 와 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$ 에 대하여

함수 $g(x)$ 를 $g(x) = (x^2 - x + a)f(x)$ 라 할 때,
두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{g(x) - f(x)}{x - 1} = 0$$

$$(나) g'(1) \neq 0$$

(다) $f(\alpha) = f'(\alpha)$ 이고 $g'(\alpha) = 2f'(\alpha)$ 인 실수 α 가 존재한다.

$g(\alpha + 4) = \frac{q}{p}$ 일 때, $p + q$ 의 값을 구하시오.

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

30. 두 정수 l, m 에 대하여 두 등차수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 의 일반항이

$$a_n = 12 + (n - 1)l,$$

$$b_n = -10 + (n - 1)m$$

일 때,

$$\sum_{k=1}^{10} |a_k + b_k| = \sum_{k=1}^{10} (|a_k| - |b_k|) = 31$$

을 만족시키는 모든 순서쌍 (l, m) 의 개수를 구하시오. [4점]

※ 확인 사항

답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.